www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۰۷	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریور ماه سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید : $1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2 \quad (n\in N)$	۱/۵
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید حاصل جمع دو عدد فرد ، یک عدد زوج است .	۰/۷۵
۳	آیا تفاضل هر دو عدد گنگ x و y ، گنگ است ؟ چرا ؟	۰/۷۵
۴	اگر n^2 زوج باشد نشان دهید n نیز زوج است. (برهان خلف)	۱
۵	S یک زیر مجموعهٔ ۳۷ عضوی از اعداد طبیعی است اگر اعضای S را بر عدد ۳۶ تقسیم کنیم، حداقل دو عضو از این مجموعه دارای باقیماندهٔ یکسانی بر ۳۶ هستند.	۱/۲۵
۶	مجموعه های زیرراکه با گزاره نما نوشته شده اند با نوشتن اعضانشان دهید . الف) $A=\{x\in N \mid x^3+8=0\}$ ب) $B=\{x\in Z \mid x^2\le 16\}$	۱
۷	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: الف) $A'\cap(A\cup B)=B-A$ ب) $A\cap(B-C)=(A\cap B)-C$	۱/۵
۸	اگر $A=\{-2,-1,0,1\}$ و $B=\{0,1,4\}$ ، $A\times B$ را مشخص و نمودار مختصاتی آن را رسم کنید .	۱
۹	در مجموعه $A=\{1,2,3,4,5\}$ رابطهٔ R به صورت $R=\{(x,y)\mid x,y\in A \quad x=y\}$ تعریف شده است . رابطهٔ R را به صورت مجموعه ای از زوجهای مرتب بنویسید و نمودار رابطهٔ R را رسم کنید .	۰/۷۵
۱۰	رابطهٔ R در Z^2 به صورت روبه رو تعریف شده است . $(a,b)R(c,d)\Leftrightarrow a^2+5b^2=c^2+5d^2$ آیا R یک رابطه هم ارزی است ؟ چرا؟	۱/۵
۱۱	تاسی را یک بار می اندازیم مطلوب است تعیین : الف) فضای نمونه ای این تجربهٔتصادفی . ب) پیشامد A که در آن عدد تاس زوج باشد . پ) پیشامد B که در آن عدد تاس مضرب ۳ باشد . ت) پیشامد A-B	۲
۱۲	از میان ۱۵ لامپ که ۵ عدد آنها بدون هیچگونه آثار خارجی معیوب است ۳ لامپ انتخاب می شود مطلوب است احتمال آنکه : الف) هیچکدام معیوب نباشند . ب) فقط یکی معیوب باشد .	۱/۲۵
۱۳	سکه ای را ۷ بار می اندازیم مطلوبست احتمال اینکه : الف) دقیقاً ۲ بار پشت بیاید. ب) دقیقاً ۲ بار پشت نیاید.	۱/۵
۱۴	درفضای نمونه ای $S=\{a,b,c\}$ اگر $P(b)=3P(a)$, $P(c)=2P(b)$ در این صورت $P(a)$ و $P(b)$ و $P(c)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	یک نقطه به طور تصادفی درون یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۳ انتخاب می شود مطلوب است احتمال آن که فاصلهٔ آن نقطه از هر رأس بیشتر از ۱ باشد .	۱/۷۵
۱۶	اگر $P(A\cup B)=\frac{6}{8}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{3}$, $P(A')=\frac{3}{8}$ باشد $P(B)$ را تعیین کنید. « موفق باشید »	۱
	جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**	**ساعت شروع : ۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		**تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۰۷**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریور ماه سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\begin{cases} P(1): 1=1^2 \quad 1=1 \ (0/25) \\ P(k): 1+3+5+\ldots+(2k-1)=k^2 \end{cases}$ (۰/۲۵) $P(k+1): 1+3+5+\ldots+(2k-1)+(2k+1)=(k+1)^2$ حکم استقرا (۰/۲۵) طرف چپ حکم استقرا $=k^2+(2k+1)=(k+1)^2$ (۰/۷۵)
۲	$\begin{cases} x=2K+1 & K\in Z \\ y=2K'+1 \quad (0/25) & K'\in Z \end{cases}$ $x+y=(2K+1)+(2K'+1)$ (۰/۲۵) $x+y=2K+2K'+2 \qquad x+y=2(K+K'+1) \qquad x+y=2q$ (۰/۲۵)
۳	خیر (۰/۲۵) $x=10+\sqrt{5} \qquad y=3+\sqrt{5}$ (۰/۲۵) $x-y=(10+\sqrt{5})-(3+\sqrt{5})=10+\sqrt{5}-3-\sqrt{5}=7$ (۰/۲۵)
۴	از برهان خلف استفاده می کنیم و می گوییم اگر n زوج نباشد پس n فرد است(۰/۲۵) $n=2K+1 \qquad K\in Z$ $n=(2K+1)\Rightarrow n^2=(2K+1)^2\Rightarrow n^2=4K^2+4K+1$ (۰/۲۵) $n^2=2(2K^2+2K)+1\Rightarrow n^2=2K'+1$ (۰/۲۵) که این تناقض است پس حکم برقرار است(۰/۲۵)
۵	$S=\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_{37}\}$ $n(S)=37$ (۰/۲۵) $r=\{0,1,2,3,\ldots,35\}$ $n(r)=36$ (۰/۲۵) اگر اعضای S را به منزلهٔ کبوتر و اعضای r را به منزلهٔ لانهٔ کبوتر در نظر بگیریم در این صورت طبق اصل لانهٔ کبوترحداقل یکی از لانه ها پذیرای دو یا تعداد بیشتری کبوتر می باشد . (۰/۵) یعنی : حداقل دو عضو از مجموعهٔ S دارای باقیماندهٔ یکسانی بر ۳۶ هستند. (۰/۲۵)
۶	الف : $A=\{\}$ (۰/۲۵) ب : $B=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$ (۰/۷۵)

ادامه در صفحه دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**	**ساعت شروع : ۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		**تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۰۷**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریور ماه سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

۷

الف :

$A' \cap (A \cup B) =$

$(A' \cap A) \cup (A' \cap B) =$ (۰/۲۵)

$\phi \cup (A' \cap B) =$ (۰/۲۵)

$A' \cap B = B \cap A' = B - A$ (۰/۲۵)

ب :

$A \cap (B - C) =$

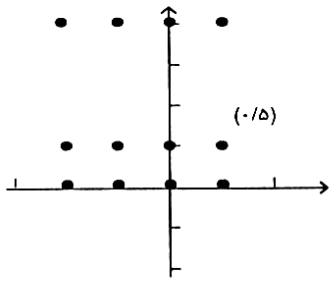
$A \cap (B \cap C') =$ (۰/۲۵)

$(A \cap B) \cap C' =$ (۰/۲۵)

$(A \cap B) - C =$ (۰/۲۵)

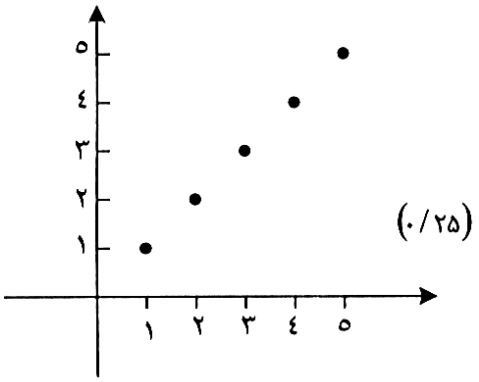
۸

$A \times B = \{(-۱,۱),(-۱,۴),(-۱,۰),(۰,۱),(۰,۴),(۰,۰),(۱,۱),(۱,۴),(۱,۰),(-۲,۱),(-۲,۴),(-۲,۰)\}$ (۰/۵)



۹

$R = \{(۱\text{و}۱),(۲\text{و}۲),(۳\text{و}۳),(۴\text{و}۴),(۵\text{و}۵)\}$ (۰/۵)



۱۰

۱) $\{(a,b)R(a,b) \Leftrightarrow a^۲ + ۵b^۲ = a^۲ + ۵b^۲$ (۱) (۰/۲۵)

۲) $\begin{cases} (a,b)R(c,d) \Rightarrow (c,d)R(a,b) \\ a^۲ + ۵b^۲ = c^۲ + ۵d^۲ \Rightarrow c^۲ + ۵d^۲ = a^۲ + ۵b^۲ \end{cases}$ (۲) (۰/۵)

۳) $\begin{cases} (a,b)R(c,d) \text{ و } (c,d)R(k,f) \Rightarrow (a,b)R(k,f) \\ \begin{cases} a^۲ + ۵b^۲ = c^۲ + ۵d^۲ \\ c^۲ + ۵d^۲ = k^۲ + ۵f^۲ \end{cases} \Rightarrow a^۲ + ۵b^۲ = k^۲ + ۵f^۲ \end{cases}$ (۳) (۰/۵)

از رابطه ۱و۲و۳ نتیجه می گیریم R یک رابطه هم ارزی است (۰/۲۵)

ادامه در صفحه سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**	**ساعت شروع : ۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		**تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۰۷**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در **شهریور ماه** سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

۱۱

الف: $S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ (۰/۵)

ب: $A=\{۲,۴,۶\}$ (۰/۵)

پ: $B=\{۳,۶\}$ (۰/۵)

ت: $A-B=\{۲,۴,۶\}-\{۳,۶\}=\{۲,۴\}$ (۰/۵)

۱۲

$n(s)=\binom{۱۵}{۳}$ (۰/۲۵)

الف) $n(A)=\binom{۱۰}{۳}\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{\binom{۱۰}{۳}}{\binom{۱۵}{۳}}$ (۰/۵)

ب) $n(B)=\binom{۵}{۱}\binom{۱۰}{۲}\Rightarrow P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{\binom{۵}{۱}\binom{۱۰}{۲}}{\binom{۱۵}{۳}}$ (۰/۵)

۱۳

$n(s)=۲^{۷}$ (۰/۲۵) $n(A)=\binom{۷}{۲}$ (۰/۲۵)

الف: $P(A)=\dfrac{\binom{۷}{۲}}{۲^{۷}}$ (۰/۵)

$P(B)=۱-\dfrac{\binom{۷}{۲}}{۲^{۷}}$ (۰/۵)

۱۴

$P(a)+P(b)+P(c)=۱$ (۰/۲۵)

$P(a)=w\Rightarrow P(b)=۳w\Rightarrow P(c)=۲(۳w)=۶w$ (۰/۲۵)

$w+۳w+۶w=۱\quad w=\dfrac{۱}{۱۰}$ (۰/۲۵) $\begin{cases}P(a)=\dfrac{۱}{۱۰}\\ P(b)=\dfrac{۳}{۱۰}\\ P(c)=\dfrac{۶}{۱۰}\end{cases}$ (۰/۷۵)

ادامه در صفحه چهارم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**	**ساعت شروع : ۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		**تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۰۷**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در **شهریور ماه** سال تحصیلی ۸۱ – ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

۱۵

$$a(S)=\frac{a^{۲}\sqrt{۳}}{۴}=\frac{۹\sqrt{۳}}{۴} \quad (۰/۲۵)$$

$$a(\text{دایره})=\pi r^{۲}=\pi(۱)^{۲}=\pi \Rightarrow a(A)=a(\text{مثلث})-a(\text{نیم دایره}) \quad (۰/۲۵)$$

$$a(A)=\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}-\frac{\pi}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

$$P(A)=\frac{\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}-\frac{\pi}{۲}}{\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}}=۱-\frac{۲\pi}{۹\sqrt{۳}} \quad (۰/۵)$$



(۰/۲۵)

۱۶

$$P(A')=\frac{۳}{۸} \Rightarrow P(A)=۱-\frac{۳}{۸}=\frac{۵}{۸} \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{۶}{۸}=\frac{۵}{۸}+P(B)-\frac{۱}{۳} \quad (۰/۲۵)$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \quad (۰/۲۵)$$

$$P(B)=\frac{۱۱}{۲۴} \quad (۰/۲۵)$$

مصححین محترم ،

« ضمن عرض سلام و خسته نباشید لطفا برای روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید .»

با تشکر

www.alm.loxblog.com